

アンペールの法則

アンペールの法則を用いて以下の場合に、磁束密度を求めよ。「ビオ・サバールの法則」の第3問にある対称性の性質も用いるとよい。

1. 半径 a の無限に長い円柱内を、中心軸方向に一様な定常電流 I が流れている。
2. 厚さ a の無限に広い平板を、厚みと垂直な方向に、一様な定常電流が流れている。ただしその大きさ (電流密度) は単位断面積あたり i とする。

解答例

1. 磁場は円柱に巻きつくように、電流の方向に右ネジを進めるように生じる．その大きさは円柱の中心軸からの距離 r の関数となる．これを $B(r)$ とする．中心軸上に中心をもち、電流と垂直な平面上に半径 r の円を考え、これについてアンペールの法則を適用する．電流密度は $\frac{I}{\pi a^2}$ であることから

$$2\pi r B(r) = \begin{cases} \mu_0 \pi r^2 \frac{I}{\pi a^2} & 0 \leq r \leq a, \\ \mu_0 I & r \geq a. \end{cases}$$

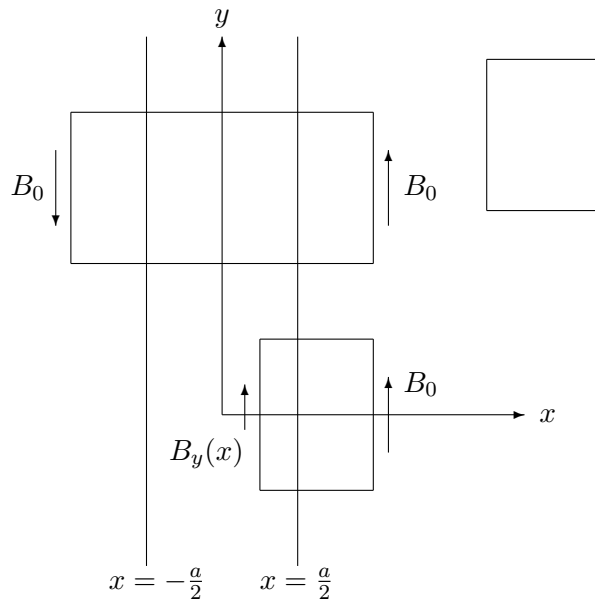
従って

$$B(r) = \frac{\mu_0 r I}{2\pi a^2} \quad (0 \leq r \leq a),$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (r \geq a).$$

後者の結果は線電流の場合と形式的に一致している．

2. 平板は $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$ にあり、電流は $+z$ 方向に流れているとする．対称性から、磁場の x, y 成分は何処でも 0 である．特に、 $x > \frac{a}{2}$ では磁場は $+y$ 方向、 $x < -\frac{a}{2}$ では $-y$ 方向を向く．まず のように長方形のループをとってアンペールの法則を適用すると、これを貫く電流が 0 であることから、平板の外では磁場の大きさは、平板からの距離に拠らずに一定であることがわかる．その大きさを B_0 とする．



次に のようにループをとってアンペールの法則を適用すると

$$B_0 = \frac{\mu_0 ai}{2}.$$

最後に についてアンペールの法則を適用する．その際，平板内の位置 x における磁束密度の y 成分を $B_y(x)$ とすると

$$B_0 d - B_y(x) d = \mu_0 \left(\frac{a}{2} - x \right) di.$$

ただし，ループは反時計周りとし， y 方向の長さを d とした．この式から

$$B_y(x) = \mu_0 i x$$

が従う． $B_y(\pm \frac{a}{2}) = \pm B_0$ が成立している．