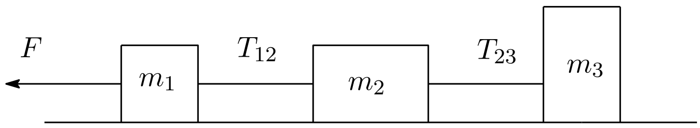
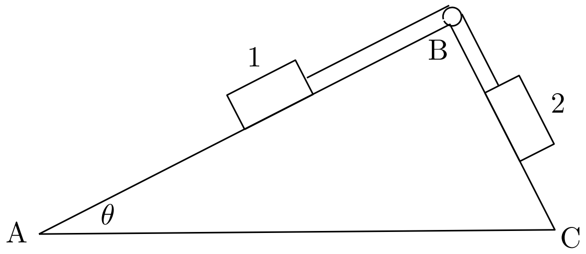
張力，垂直抗力，摩擦力

[1] 水平面に質量 m_1, m_2, m_3 の物体を一列の置き，軽い糸で水平に連結する．図のように一端を F の力で引くとき，一定の加速度 α で動いている．動摩擦係数は皆 μ であるとする．F と 糸の張力 T_{12}, T_{23} を求めよ．



[2] 図のように，斜面 AB, BC　があり，∠ ABC = 90 °，∠ BAC = θ とする．斜面には，軽い糸で結ばれた物体 1,2 がのっている．糸は頂点 B につけられた滑らかな滑車にかけられ，斜面に平行に張られている．



物体 1 と斜面 AB の静止摩擦係数は μ, 斜面 BC は摩擦が働かないとする．

$\tan\theta > 3.6$ の場合は，物体 1 が斜面 AB を滑り落ち，$\tan\theta < 2.8$ の場合は，物体 2 が斜面 BC を滑り落ち，それ以外の場合には物体は静止したままであるという．二つの物体の重さ W_1, W_2 の比と μ の値を求めよ．

解答例

[1] 各物体の運動方程式を立てる．鉛直方向には力はつりあっていることから，質量 m_i の物体に働く垂直抗力は $m_i g$ であり，動摩擦力は $\mu m_i g$ となる．よって

$$
\begin{aligned}
m_1\alpha &= F - \mu m_1 g - T_{12}, \\
m_2\alpha &= T_{12} - \mu m_2 g - T_{23}, \\
m_3\alpha &= T_{23} - \mu m_3 g.
\end{aligned}
$$

これを解いて

$$
T_{23} = m_3(\alpha + \mu g), \quad T_{12} = (m_2 + m_3)(\alpha + \mu g), \quad F = (m_1 + m_2 + m_3)(\alpha + \mu g).
$$

[2] $\tan\alpha = 3.6, \tan\beta = 2.8$ とする．
$\theta = \alpha$ の場合，物体 1 には斜面に沿って上向きの最大静止摩擦力が働いてつりあう．
物体 1,2 に斜面から働く垂直抗力をそれぞれ N_1, N_2, 糸の張力を T とする．

$$
\begin{aligned}
&\text{物体 1 のつりあいの式} : N_1 - W_1\cos\alpha = 0, \quad W_1\sin\alpha - T - \mu N_1 = 0. \\
&\text{物体 2 のつりあいの式} : N_2 - W_2\sin\alpha = 0, \quad W_2\cos\alpha - T = 0.
\end{aligned}
$$

これから

$$
W_1(\tan\alpha - \mu) = W_2. \qquad \cdots(*)
$$

$\theta = \beta$ の場合，物体 1 には斜面に沿って下向きの最大静止摩擦力が働いてつりあう．
物体 1,2 に斜面から働く垂直抗力をそれぞれ N_1', N_2', 糸の張力を T' とする．

$$
\begin{aligned}
&\text{物体 1 のつりあいの式} : N_1' - W_1\cos\beta = 0, \quad W_1\sin\beta - T' + \mu N_1' = 0. \\
&\text{物体 2 のつりあいの式} : N_2' - W_2\sin\beta = 0, \quad W_2\cos\beta - T' = 0.
\end{aligned}
$$

これから

$$
W_1(\tan\beta + \mu) = W_2. \qquad \cdots(\sharp)
$$

$(*), (\sharp)$ から

$$
\mu = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{2} = 0.4, \qquad \frac{W_2}{W_1} = \tan\alpha - \mu = 3.2.
$$